

Анализ на Задача 2 (cleaning) от Конкурс по програмиране на Musala Soft и PC Magazine, 2010-2011 г.

Автор: Иван Генов

Задачата е вариант на класическата задача bin packing problem, или в този случай това е задачата за 2D packing (или 2D rectangle packing), където бурканите на мечо Пух са правоъгълниците, които трябва да се сложат в минимално количество контейнери (кашоните). Повече за класическата задачата може да се намери в Интернет – http://en.wikipedia.org/wiki/Bin_packing_problem.

Съществуват известни добри решения на класическата абстрактна задача, където обектите не са правоъгълници и не се интересуваме от това, къде и как точно се поставят те. Известно решение на bin packing задачата е да се сортират обектите, които трябва да се слагат в контейнерите, по намаляващ размер (за правоъгълници това не е очевидно как трябва да стане), и започвайки от най-големия обект, да започнат да се слагат в контейнерите един по един, като това може да се прави по един от два алгоритъма:

- First fit – поредният обект се слага в първия намерен контейнер (от досега използваните контейнери), в който има достатъчно свободно място. Ако никой от досега използваните контейнери не може да побере текущия обект, се взима нов контейнер и обекта се слага там.
- Best fit – поредният обект се слага в този от досега използваните контейнери, в който, след като се сложи текущия обект, ще остане най-малко свободно място. Ако никой от досега използваните контейнери не може да побере текущия обект, се взима нов контейнер и обекта се слага там.

В случая, когато обектите са правоъгълници обаче, трябва да се вземе предвид и следното:

- Сортирането на правоъгълниците може да се направи по намаляваща площ (лицето на правоъгълника) или например по намаляваща по-голяма страна (страната a_i).
- Очевидно има значение как се подреждат правоъгълниците в кашоните и дали се редят плътно, защото от това ще зависи дали следващите правоъгълници ще могат да влязат в оставащите свободни пространства в кашона.

Нито един от споменатите алгоритми и съображения не гарантира оптимално решение (оптимално решение може да се намери само с пълно изчерпване, но това работи само за малки входни данни). За някои тестове например best fit със сортирани правоъгълници по намаляваща площ дава решение с 1 или 2 кашона по-малко от best fit, ако правоъгълниците са сортирани по намаляваща страна a_i , докато за други тестове first fit (с някое от сортиранията) дава по-добър резултат. Затова най-добре е да се изпробват всички комбинации:

- best fit с правоъгълници, сортирани по намаляваща площ,
- best fit с правоъгълници, сортирани по намаляваща страна a_i ,
- first fit с правоъгълници, сортирани по намаляваща площ,
- first fit с правоъгълници, сортирани по намаляваща страна a_i

и да се вземе най-доброто намерено решение. Трябва да се отбележи, че все пак първата комбинация (best fit с правоъгълници, сортирани по намаляваща площ) най-често дава най-доброто решение (най-малко използвани кашони), и често дори това е оптималното решение. Това може да се провери като се раздели общата площ на всички буркани на площта на един кашон (делението не е целочислено, целта е да се получи реално число) и се види какъв е абсолютния минимум за броя на използвани кашони – в много от случаите първата комбинация дава решение, което използва кашони на брой точно ceiling(общата площ на всички буркани / площта на един кашон).

В задачата е важно да има подходящо представяне на кашоните, на вече сложените буркани в тях и на оставащите незаети площи, също така възможност за бързо изпълнение на операциите по намиране на кашон, който може да побере даден буркан, слагане на буркан в кашон и пазене на свободното останало място в кашоните (нужно за best fit). Един начин за това е за всеки кашон да се пази списък с най-големите все още незаети площи (правоъгълници). За празен кашон това е само един правоъгълник с координати (0, 0, A-1, B-1) (нотация (left, bottom, right, top), използвана и по-надолу). Със слагането на всеки нов правоъгълник се обновява списъка с правоъгълници, като съществуващите досега правоъгълници се разделят на остатъчни правоъгълници (на база на сечението им с новия правоъгълник) и се премахват правоъгълници, които се съдържат изцяло в други правоъгълници. Резултатът е винаги списък с най-големите свободни правоъгълници, или площи, в които може да се поберат бъдещи правоъгълници. За пример, нека кашона е с размери 8 и 6 (A и B), няма още сложени буркани в него и слагаме за пръв път буркан с размери 7 и 4 (a и b) на неговата по-дълга страна a на координати (0, 0). Тогава най-големите все още незаети пространства от кашона след слагането на буркана ще бъдат правоъгълници с координати (7, 0, 7, 5) и (0, 4, 7, 5), обозначени с 1 и 2 на илюстрацията отдолу:

5	2	2	2	2	2	2	2	1,2
4	2	2	2	2	2	2	2	1,2
3								1
2								1
1								1
0								1
	0	1	2	3	4	5	6	7

Така проверката за слагането на нов буркан е лесна, тъй като просто се проверява дали някой от оставащите правоъгълници, може да побере новия буркан.